**Chương 2: Bài toán đếm**

**1. Cấu hình tổ hợp**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Tên gọi | Khái niệm | Công thức |
| Chỉnh hợp lặp | Số cách lấy ra k phần tử có thứ tự từ tập hợp gồm n phần tử |  |
| Chỉnh hợp (không lặp) | Số cách lấy ra k phần tử có thứ tự từ tập hợp gồm n phần tử *sao cho không có phần tử nào trùng nhau* |  |
| Hoán vị | Số cách xếp thứ tự n phần tử |  |
| Tổ hợp | Số cách chọn ra k phần tử không có thứ tự tập n phần tử sao cho không có phần tử nào trùng nhau |  |
| Tổ hợp lặp | Số cách phân n phần tử vào k nhóm  Số nghiệm nguyên không âm của phương trình: x1 + x2 + … + xk = n |  |

**Nguyên lý**

|  |  |
| --- | --- |
| Nguyên lý | Khái niệm |
| Nguyên lý cộng | Nếu A, B, C không giao nhau thì:  N(A∪B∪C) = N(A) + N(B) + N(C) |
| Nguyên lý nhân | N (A1× A2× .. Am ) = N (A1) N (A2) . . . N (Am). |
| Nguyên lý bao hàm loại trừ | N(A∪B∪C)= N(A)+N(B)+N(C)–N(A∩B)–N(A∩C)–N(B∩C)+N(A∩B∩C) |

**Bài 1**

* Có bao nhiêu biển số xe bắt đầu bằng 2 hoặc 3 chữ cái in hoa và kết thúc là 3 hoặc 4 chữ số, biết rằng có 26 chữ cái trong bảng chữ cái tiếng anh? (VD: RS 0912 là 1 biển số).
* Giả sử tất cả các số điện thoại trên thế giới đều theo quy tắc, bắt đầu bằng mã quốc gia dài từ 1 đến 3 chữ số, tức là có dạng X, XX hoặc XXX; tiếp theo là 10 chữ số dạng NXX-NXX-XXXX trong đó N có thể nhận giá trị từ 1 đến 6, X biểu thị một chữ số từ 0 đến 9.
* Lớp học có 50 bạn nam và 20 bạn nữ. Hãy cho biết có bao nhiêu cách chọn đội văn nghệ của lớp sao cho số bạn nam đúng bằng 2 lần số bạn nữ, biết rằng đội văn nghệ cần ít nhất 6 thành viên và nhiều nhất 12 thành viên.
* Có bao nhiêu số nguyên trong khoảng từ 5000 đến 9999 chia hết cho 8 hoặc 12?

**Bài 2**

Hãy tìm số nghiệm nguyên không âm của phương trình

* x1 + x2 + x3 + x4 + x5 = 27
* x1 + x2 + x3 + x4 + x5 = 27 với x1 >= 1, x2 >= 4, x3 >= 2
* x1 + x2 + x3 + x4 + x5 = 27 với x1 >= 1, 1 <= x2 <= 4, 3 <= x3 <= 8

**Câu 2.3**

Ta có

Với

Đặt là số nghiệm của (1) thoả mãn

Đặt là số nghiệm của (1) thoả mãn

Đặt là số nghiệm của (1) thoả mãn

Đặt là số nghiệm của (1) thoả mãn

Từ (3), (4), (5) suy ra số nghiệm của (1) thoả mãn

Là (5)

Từ (2) và (5) suy ra số nghiệm của (1) thoả mãn là

Đặt . Khi đó A bằng số nghiệm của phương trình với

Suy ra . Tương tự có

Do đó số nghiệm cần tìm là …

**2. Hệ thức truy hồi**

Hệ thức truy hồi đối với dãy số {an} là công thức biểu diễn an qua một hay

nhiều số hạng đi trước của dãy, cụ thể là a1, a2, .., an-1 với mọi nn0 nguyên dương

**Bài 3**

* Tìm hệ thức truy hồi và cho điều kiện đầu để tính số các xâu nhị phân độ dài n và không có 3 số 1 liên tiếp?
* Tìm hệ thức truy hồi và cho điều kiện đầu để tính số các xâu nhị phân độ dài n có ít nhất một dãy 3 số 0 liên tiếp?
* Một hệ thống máy tính coi một xâu các chữ số hệ thập phân là một từ mã hợp lệ nếu nó chứa một số chẵn chữ số 1. Ví dụ 1231407869 là hợp lệ, 120987045608 là không hợp lệ. Giả sử an là số các từ mã độ dài n. Hãy tìm hệ thức truy hồi và điều kiện đầu cho an?

**3. Nghiệm của hệ thức truy hồi**

Nghiệm của hệ thức truy hồi một công thức tính trực tiếp dựa vào và các hằng số

Ví dụ: Số Fibonacci

|  |  |
| --- | --- |
| **Hệ thức truy hồi** | **Nghiệm hệ thức truy hồi** |
|  |  |

*Trường hợp 1:* Hệ thức truy hồi bậc 2:

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi:

|  |  |
| --- | --- |
| Nghiệm phương trình đặc trưng | Nghiệm hệ thức truy hồi |
| 2 nghiệm phân biệt |  |
| Nghiệm kép |  |
| 2 nghiệm phức liên hợp  Dạng đại số:  Dạng lượng giác  Với |  |

*Trường hợp 2*: Hệ thức truy hồi bậc :

Phương trình đặc trưng:

|  |  |
| --- | --- |
| Nghiệm phương trình đặc trưng | Nghiệm hệ thức truy hồi |
| k nghiệm phân biệt |  |

**Bài 4:** Tìm nghiệm hệ thức truy hồi